

自己駆動粒子系の動力学：群集運動を中心に

平岡喬之
(東京大学工学系研究科)

2014年3月

1 はじめに

さまざまな生命現象や社会現象において、自己組織化という性質が共通して見られることはよく知られている。自己組織化とは、外部から力や刺激を加えることなしに、構成要素どうしの相互作用によって、無秩序なシステムから自発的に構造やパターンといった秩序が成長する現象を指す。このとても幅広い概念に含まれる数多の現象の中から、本稿では人間を含む生物が「群れる」という自己組織化に注目する。

群れ現象の中で私たちに最も身近なものは鳥の群れだろう。朝夕に大群で移動する習性を持つムクドリや「雁行」という語で知られるようにV字型の群れをなして飛ぶ雁などは誰しも見かけたことがあるはずだ。また海や川、水族館に出かければ魚の群れを見ることができ、巣と餌場を往復する蟻の列や数十匹の蚊が群れる「蚊柱」なども群れ現象の一種である。さらに、このような肉眼に見える個体だけでなく、より微小な生物要素、たとえば細胞やバクテリア、粘菌なども、パターンや構造を保ち、あるいは変化させながら集団的に協調して運動するという意味で「群れる」ことが知られている。

こうした多彩な群れのパターンは生物特有の高度な情報処理や複雑な相互作用に由来するとか、群れの中にリーダーとなる個体がいれば、その指揮のもとに秩序だった行動が実現されているなどと考えられがちである。しかし、「自己駆動粒子」という概念を基軸に進められた近年の研究によって、反射的な行動ルール、単純な相互作用、リーダーの不在といった仮定にもとづくモデルが、群れの基本的な（それゆえに対象によらない普遍的な）性質を再現すること、さらにそうしたモデルと伝統的に統計物理学において調べられてきたモデルの関連が示され[1][2][3][4]、物理学者の関心を惹いている。こうした自己駆動粒子系の理論について、第2節で紹介する。

自己駆動粒子の一つの類型として、人間の歩行者がある。日常の都市生活の中で、多数の歩行者が互いを認知しながら、それぞれ目的地や意図をもって行動する現象の中にも自己組織化は潜んでいる。一つのわかりやすい例として、一本の通路を往来する歩行者の流れを挙げよう。このとき、歩行者は通路の幅方向にランダムな位置をとるのではなく、自分と同じ方向に歩く前方の歩行者の後に従って歩く性質がある。その結果、通路内には同じ方向に歩く歩行者のレーンが形成される。このようなレーン形成は、文化慣習を超えて認められるし、「右側を歩いてください」といった外部の指示がなくても現れる。

* 本稿は、日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(A)「実証的マルチエージェントモデルによる国際関係分析法の開発」(課題番号24243023代表 山影進)による研究成果の一部である。

歩行者運動を説明する自己駆動粒子モデルはいくつも提唱されているが、格子状に区切った空間を粒子が確率的にホップするセル・オートマトン型[5][6]と、連続空間の中を Newton 力学的な運動方程式に従って運動するタイプ[7][8]とに大別される。こうしたモデルは、レーン形成をはじめとする自己組織化現象を再現するシミュレーション結果によって、その妥当性を認められている。本稿では後者のタイプのモデルの代表例である social force モデルと群集の自己組織化について第3節で紹介する。

既存の力学的な歩行者モデルはすべて、各粒子（すなわち歩行者）があらかじめ設定された目的地点に向かって自己駆動する、という仮定のもとに組み立てられている。この一見当然のように思われる仮定は、必然的なものだろうか？ 言い換えると、歩行者が目的地点を見失ったとしても、集団的なふるまいは発生するのではないだろうか？ それがわれわれの研究の主たる関心である。

歩行者が目的地点を見失ってしまう、というのは一見ありそうもないことのように思われるかもしれない。しかし、群集の密度が非常に高くなったときには、混乱の中で、歩行者が初期の目的地点や意図を見失ったり、諦めたりすることがありえる。そのような条件のもとであっても、歩行者は集団全体として秩序だった行動を示すかを調べるため、われわれは各粒子が定まった目的地点を持たないような、シンプルな自己駆動粒子モデルを構築し、シミュレーションを行ってその性質を明らかにした。モデルの詳細とシミュレーションの結果について、第4節で報告する。

群集が過密状態に陥ると、群集事故の発生するリスクが高まることが知られている。事故発生を未然に防ぐため、また被害の増大を抑えるためにも、事故のメカニズムの解明は不可欠だが、倫理的な理由によって実証実験が困難であり、また観測データも入手が難しいために研究が進んでいない。本研究の結果は高密度群集の挙動の理解に応用可能であると考えられる。今後の展望について第5節で述べる。

2 自己駆動粒子の集団運動

細菌や組織細胞のような比較的構造が単純で微小なスケールから、昆虫、魚、鳥、哺乳類といった大きな動物に至るまで、集団運動（あるいは「群れ」）は生物界において普遍的に見られる。それぞれの生物学的な特質は大きく異なるものの、これら生命体の生み出す動的パターンには共通点が見られる。それは、群れを統率するリーダーも、遠く離れた別の個体と情報や力をやりとりする手段も存在しないにもかかわらず、集団全体として協調的な行動を行うことができる点である。

このような創発現象を理解するために「自己駆動粒子」という概念が提唱され、主に統計物理学の見地から理論的な研究が進められている。興味深いことに、自己駆動粒子系の持ついくつかの性質は生物にとどまらず、自律分散ロボット群や加振台の上に置かれた円盤、棒など、非生物の multi-agent 系にも適用されることが明らかにされた。本節では自己駆動粒子の基本的なモデルと、その特徴について紹介する。

2.1 Vicsek モデル

Vicsek et al.[1]は、簡単な自己駆動粒子のモデルから集団運動が生まれることを示し、この分野の研究の嚆矢をなした。いわゆる「Vicsek モデル」では、2次元平面内を運動する点粒子によって個体を表現する。各粒子の運動方程式は次のように与えられる。

粒子 i は自らの近傍 S_i にいる他の粒子 j の速度 \vec{v}_j のベクトル平均の方向にランダムな摂動を加えた方向（角度 ϑ_i ）へ、一定の早さ v_0 で運動する。つまり、すべての個体が周りと同じ向きを揃えるように運動する。

$$\begin{aligned}\theta_i(t + \Delta t) &= \text{Ang} \left(\sum_{j \in S_i} \vec{v}_j(t) \right) + \eta \xi_i, \\ \vec{v}_i(t + \Delta t) &= v_0 \vec{U}(\theta_i(t + \Delta t)), \\ \vec{r}_i(t + \Delta t) &= \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t + \Delta t) \Delta t.\end{aligned}$$

第1式は粒子 i の「向き」 θ_i の時間発展、第2式は速度 \vec{v}_i の時間発展、第3式は位置 \vec{r}_i の時間発展をそれぞれ表している。

ここで、 Ang は引数のベクトルからその指す向きの角度への写像、逆に \vec{U} は引数の角度からその向きを指す単位ベクトルへの写像である。近傍 S_i は普通、自らの周囲の半径 R の範囲をとる。 ξ_i は $[-\pi, \pi]$ の一様分布から選ばれる平均ゼロのホワイトノイズである。その強さを表す η は、統計物理学の用語を用いれば、スピン系における温度の役割を果たすもの

であり、生物に即して言えば、周囲の個体と向きを揃えるときに（個体が行動を選択する過程で）犯す誤差の大きさを表していると考えられる。

Grégoire and Chaté[9]はノイズの加え方を以下のように変更することを提案した。近傍 S_i に含まれる他粒子の数を N_i として、

$$\theta_i(t + \Delta t) = \text{Ang} \left(\sum_{j \in S_i} \vec{v}_j(t) + \eta N_i U(\xi_i) \right).$$

オリジナルの Vicsek モデルでは速度の方向を決める際の角度にノイズを加えるのに対し、Grégoire and Chaté のモデルでは周囲の粒子をベクトルの的に足し合わせる際にノイズを加える。これは、周囲の個体の向きを見るときに（環境の影響などによって）誤差を犯すことに対応していると考えられる。このモデルでも集団運動が生まれるが、転移の様子はオリジナルの Vicsek モデルと異なることが知られている。

2.2 相転移と長距離秩序

Vicsek モデルに従う N 個の自己駆動粒子を、ランダムな位置と速度方向を与えた初期状態から出発して、シミュレーションを実行すると、運動の様子は図 1 のようになる。密度が低く、ノイズの大きい領域では、局所的に向きの揃った塊ができるものの、粒子は全体としてはばらばらに運動する。密度を固定したままノイズを弱くすると、やがて全系で向きの揃った状態が現れる。また、ノイズの強さを一定に保ったまま、密度を高くしても同様である。これは、無秩序状態から秩序状態への相転移現象と考えることができる。

系がどのような状態にあるかを定量的に特徴づける量を秩序変数という。秩序変数は注目する相転移現象ごとに適切に選ばれる必要があり、ふつう、秩序状態で有限の値、無秩序状態で 0 をとるような量を採用する。Vicsek モデルの場合には、全粒子の速度のベクトル和の平均をとった量 ϕ を秩序変数とすることが多い。

$$\phi = \frac{1}{Nv_0} \left| \sum_{i=1}^N \vec{v}_i \right|$$

もし全粒子の運動方向が完全に揃っていれば、 $\phi = 1$ となる。一方、運動方向がばらばらであれば、速度ベクトルどうしが相殺するので、 $\phi \cong 0$ となる。上述のように、Vicsek モデルではノイズと密度という 2 つの変数について、相転移を示す。

Vicsek モデルでは、系のサイズを大きくしても、全系にわたって粒子の向きが揃う相が存在する。このような状態を長距離秩序と呼ぶが、長距離秩序が実現することは実は自明なことではない。その理由は以下のとおりである。Vicsek モデルの自己駆動速度 v_0 をゼロとしたとき、つまり粒子の位置を固定したとき、XY モデルという平衡統計物理学で扱うモデルとよ

く似たモデルとなる。ところが、2次元のXYモデルでは有限温度において（言い換えるとノイズが少しでもあれば）、長距離秩序が存在しないことが証明されていて、Mermin-Wagnerの定理として知られている。もちろんVicsekモデルは粒子が自らエネルギーを生成する非平衡系なのでこの定理を破っているにもかかわらず、長距離秩序相を持ち、「群れ」を作ることができるのは、まさにモデルの非平衡性によるものだと考えられている。

2.3 巨大な密度ゆらぎ

図1からもわかるように、長距離秩序相では粒子が互いに向きを揃えて運動するとともに、密度の濃いところと薄いところができ、非一様に分布することがわかる。このような密度の不均一が自発的に発達することも自己駆動粒子系の特徴である。大きな系では定常状態において帯状の構造がしばしば見られる[10]。

平衡系では通常、ある領域に含まれる粒子数は、平均 N に対して標準偏差 $\Delta N = \sqrt{\langle (N(t) - N)^2 \rangle}$ が \sqrt{N} に比例するようにゆらぐ。しかし、自己駆動粒子系では ΔN が N に比例するようなより強いゆらぎが見られる[2]。この性質は、棒状粒子を集めて振動を加えた系で実験的にも確かめられている（図2）[11]。

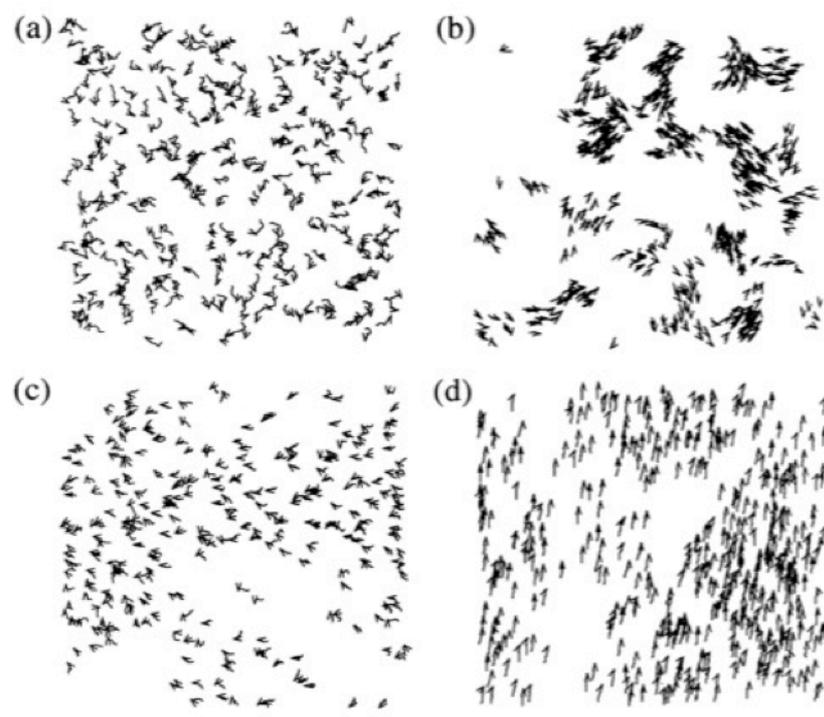


図 1: Vicsek モデルのシミュレーションのスナップショット。(a) ランダムな初期状態から出発し、(b) 密度が小さいときや、(c) ノイズの大きいときは局所的な群れができ、(d) 密度が大きくノイズの小さい場合には全系で粒子の向きが揃う。Vicsek et al. (1987)[1]

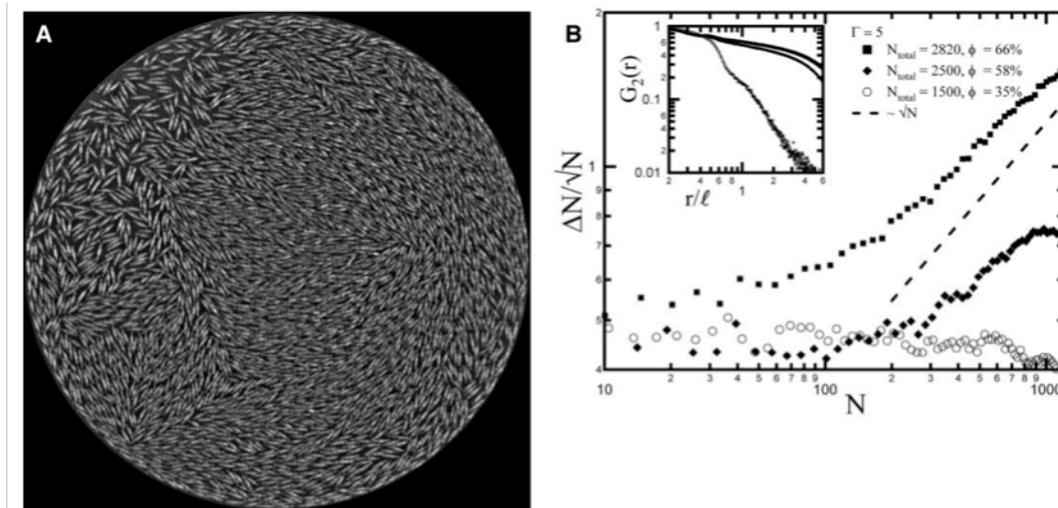


図 2: A 棒状粒子を用いた実験のスナップショット。B このような系では密度ゆらぎが非常に大きくなる。Narayan et al. (2007)[11]

3 歩行者運動と群集ダイナミクス

歩行者の運動は 1950 年代から交通工学および社会心理学の分野で観測による研究が蓄積されてきた。また、1970 年代には歩行者の流れを流体力学的にモデル化するアプローチも試みられた[12]。しかし、巨視的な記述では歩行者が互いにぶつからないように避け合ったり、減速したりする効果を取り入れることが難しい。個々の歩行者を独立した agent とみなし、その間に働く「力」によって運動を記述する微視的なモデルの登場によって、シミュレーションを用いた歩行者研究が本格化した。群集運動に見られる様々なパターンは個々の歩行者の持つ複雑な行動原理の結果と考えられがちだが、実は比較的単純で反射的な行動のルールを仮定するだけでそうしたパターンを再現することができることが微視的なモデル、特にその先鞭をつけた social force モデルによって明らかになった。

3.1 Social force モデル

Helbing and Molnar[7]が提唱した social force モデルは、歩行者を平面内で運動する自己駆動粒子とみなす。各歩行者はあらかじめ目的地を持っていて、その目的地に向かう内発的な自己駆動力のほか、他の歩行者や環境（壁、障害物など）からの影響を外力として感じる。質量 m_i を持つ歩行者 i は、力の総和によって記述される Newton 型の運動方程式に従って運動する。

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = m_i \frac{v_i^0 \vec{e}_i(t) - \vec{v}_i(t)}{\tau_i} + \vec{F}_i^{\text{ext}}(t)$$

右辺第 1 項は自己駆動力を表す。 \vec{e}_i は現在地から目的地を指す単位ベクトル、 v_i^0 は歩行者の最適な速さで、時間 τ_i をかけて現在の速度 $\vec{v}_i(t)$ を自らの望む方向と速さに一致させる。第 2 項は外力を表し、他の歩行者 j との相互作用 f_{ij} 、壁 W との相互作用 f_{iW} の和として与えられる。

$$\vec{F}_i^{\text{ext}}(t) = \sum_{j \neq i} f_{ij} + \sum_W f_{iW}$$

近くにいる歩行者は互いに相手とぶつからないように避け合う性質があると考えられる。この性質を相手から斥力を受けていると考え、距離に応じて指数関数的に減少するポテンシャルと仮定することが多い。身体が接触して働く物理的な力ではなく、社会心理学的な効果によるものであるため、social force と呼ばれる。

$$f_{ij} = A \exp\left(-\frac{r_{ij}}{B}\right) \hat{n}_{ij}$$

A, B はそれぞれ相互作用の強さと範囲、 $r_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ は歩行者の間の距離、 $\hat{n}_{ij} = (n_{ij}^x, n_{ij}^y) = (\vec{r}_i - \vec{r}_j)/r_{ij}$ は i から j を指す単位ベクトルである。同様に、壁との衝突を避ける性質も壁から斥力を受けていると考えて、以下のように書く。

$$f_{iW} = A \exp\left(-\frac{r_{iW}}{B}\right) \hat{n}_{iW}$$

r_{iW} は壁までの距離、 \hat{n}_{iW} は壁への法線方向の単位ベクトルを表す。

この social force は主に視覚情報にもとづく歩行者の判断に起因するものと考えられる。人間の視界は前方に限られているため、自分の前方にいる人からは大きな social force を感じる一方、後方にいる人から受ける力は小さいとするのが自然である。そこで、適当な重み関数をかけあわせることによって視界の効果を取り入れる手法もしばしばとられる。

また、注目している空間が空いているときは social force のみで人の動きを考えることができるが、混雑しているときには歩行者どうしの物理的な接触も無視できなくなる[13]。そのため social force に加えて、摩擦のある剛体の間に働く相互作用に似た形をもつ「物理的な力」の項を加えることもある。接触の法線方向成分 \hat{n}_{ij} と接線方向成分 $\hat{t}_{ij} = (n_{ij}^y, n_{ij}^x)$ それぞれに力を受けて、

$$f_{ij} = \left\{ A \exp\left(\frac{a_i + a_j - r_{ij}}{B}\right) + k \Theta(a_i + a_j - r_{ij}) \right\} \hat{n}_{ij} + \kappa \Theta(a_i + a_j - r_{ij}) \left\{ (\vec{v}_j - \vec{v}_i) \cdot \hat{t}_{ij} \right\} \hat{t}_{ij}$$

a_i は歩行者を表す円盤の半径、 k と κ は弾性と散逸の係数である。また、 Θ はランプ関数で、

$$\Theta(x) = \begin{cases} x & \text{for } x \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

以上に挙げた式には多くのパラメータが含まれているが、実際の歩行者の映像データを解析し、照合することによって、それらのパラメータの値を推定することができる[14]。その結

果、現実の歩行者運動のより現実的な再現のためには、二体の距離だけでなく相対速度にも応じた楕円形の相互作用ポテンシャルを採用すべきだとされている。これは歩行者の認知が周囲の歩行者の相対的な位置だけでなく、速度にも影響されることを表している。

3.2 群集運動の自己組織化パターン

Social force モデルをはじめとする力学的歩行者モデルは、実際の歩行者流で観測されるさまざまな特徴的な自己組織化現象を再現することに成功している。いずれのモデルも交通標識や交通ルール、法律、文化、慣習といった歩行者の動きを制限、制御する外部的な要因を組み込んでいないことから、それらの現象が本質的には外部要因によるものではないということの意味している。第1節で述べたように通路でのレーン形成のほか、ボトルネックでの振動する流れ、二つの歩行者流が交差する場所での縞状パターンの形成といった事例がよく知られている。以下に示す図はすべてシミュレーションによるものだが、それぞれ実験や観測との対応が確かめられている。

- 一本の通路を互いに逆向きに進む歩行者の集団がいると、同じ方向に向かう人のレーンができる (図3)。この現象は「右側 (左側) を歩く」といった特定の文化や慣習によるものだと考えられがちである。しかし、あらかじめ歩く側についての選好を持たない歩行者を仮定する social force モデルのもとでも現象が再現されることから、このような自発的パターン形成が文化や慣習に起因するものではないことがわかる。
- 建物の出入口の両側に、中から外へ出る人と外から中に入る人たちがそれぞれいる場合を考えよう。このように対向する歩行者の流れの中にボトルネックがあるとき、間欠的に左右に振動する流れが見られる (図4)。ボトルネックをある向きに人が通過すると、その後ろに続いて同じ向きに人が通りやすくなる。すると、ボトルネックの反対側で逆向きの歩行者の「圧力」が高まるため、やがて流れが逆転することになる。
- 二つの歩行者集団が斜めに交差する場所では、図5のように交互に交差点を横切る縞状の構造が見られる。交わる角度に応じて縞の向きも変化する。

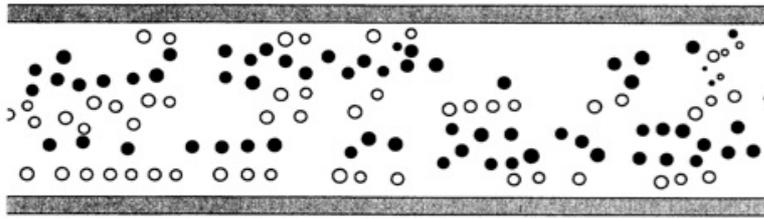


図 3: 一本の通路内に対向する歩行者流があるとき、自発的にレーンが形成される。Helbing and Molnar (1995)[7]

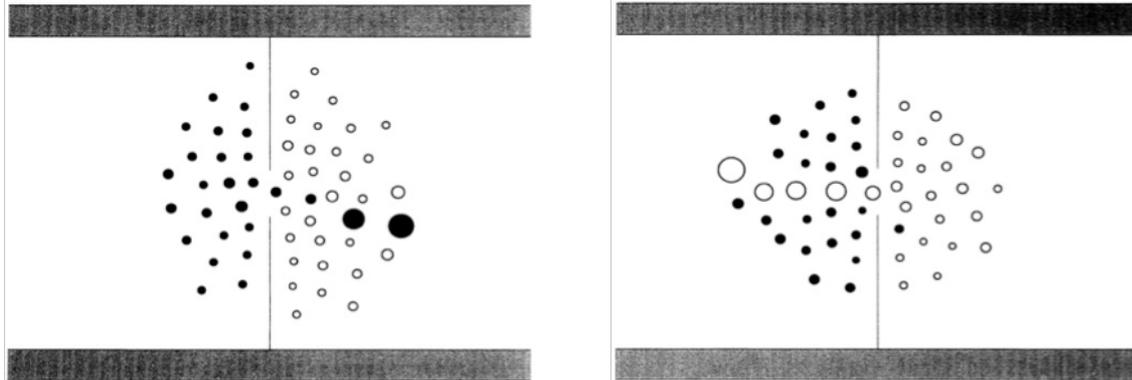


図 4: ボトルネックの両側から対向する歩行者流があるとき、間欠的に振動する流れが見られる。Helbing and Molnar (1995)[7]

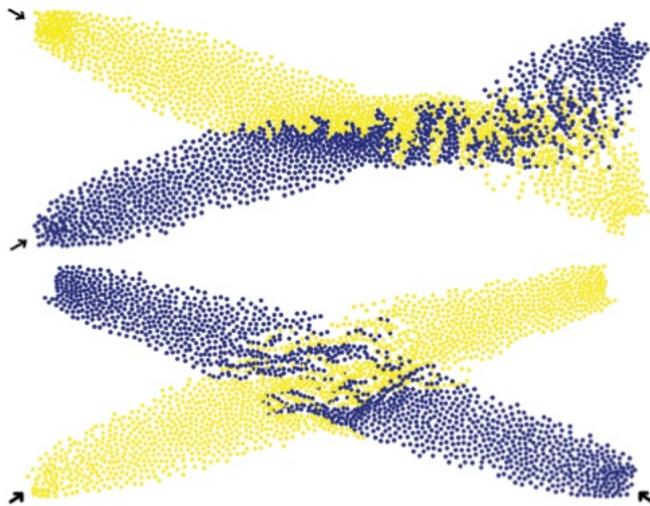


図 5: 2本の歩行者流が斜めに交差する点では繻状のパターンが形成される。Helbing et al. (2005)[15]

4 目的地を持たない歩行者モデル

既存の力学的な歩行者モデルはいずれも、初めに各歩行者に目的地を設定し、彼らがその地点を忘れることなく、その地点に到達するために行動する、と仮定する。これは一見もつともらしいように思われるが、実際には歩行者が目的地を持たないと想定できる場面もある。そのような事例の一つが過密状態にある群集である。たとえば 2010 年にドイツの Duisburg の音楽フェスティバルで発生した群集事故の様子を撮影した動画を確認すると、非常に混雑した状況の中で各歩行者が初めに向かっていた目的地を見失ったり、たどりつこうとする意図を放棄して向きを変えたりする様子を見て取ることができる。

では、決まった目的地に向かって自己駆動しないような歩行者の群集においても、自発的な集団運動は生じえるのだろうか？もし生じえるのであれば、それは事故が起こるような危険な状況に置かれたときに、そこから人々が自力で脱することができるということを意味する。逆に自発的な秩序が形成されないならば、外から指示を与えたりしない限り、混乱を解消することはできない。この問いに答えるため筆者らは、細胞の集団運動を表すために Szabo et al. [16] や Henkes et al. [17] が提案したモデルにもとづいて、決まった目的地や目的方向を仮定せずに歩行者の運動を表すシンプルな自己駆動粒子モデルを構築した。

4.1 モデル

2次元平面を連続的に運動する自己駆動粒子を考える。粒子は自己駆動の向き ψ_i を持つ半径 a の円盤で表される。各粒子は大きさ f_0 の力によって自己駆動するが、いずれ終端速度 f_0/γ_v に達すると想定して、速度に比例する抗力を受けることとする。 ψ_i は運動の向き θ_i とのずれに比例するトルクによって制動され、方向緩和する。また、各粒子は他の粒子と接触することにより斥力的に相互作用する。その運動は以下の連立方程式で表される。

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = f_0 \hat{n}_i - \gamma_v \vec{v}_i + \sum_j f_{ij},$$

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \gamma_\psi (\theta_i - \psi_i).$$

ただし、 \vec{v}_i は速度で $\vec{v}_i/|\vec{v}_i| = \cos\theta_i \hat{x} + \sin\theta_i \hat{y}$ 、 $\hat{n}_i = \cos\psi_i \hat{x} + \sin\psi_i \hat{y}$ は自己駆動の向きの単位ベクトルである。 γ_v と γ_ψ はそれぞれ並進方向と角度方向の減衰の強さを与える。

また、シミュレーションにおいて粒子間相互作用は以下のような弾性ポテンシャルを仮定する。

$$f_{ij} = k\Theta(a_i + a_j - r_{ij}) \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|}$$

壁などとの相互作用も同様に、

$$f_{iW} = k\Theta(a_i - r_{iW}) \frac{\vec{r}_{iW}}{|\vec{r}_{iW}|}$$

長さや時間の単位としてそれぞれ粒子の直径と速度に対する減衰係数の逆数を選び、 $2a = \gamma_v = 1$ とする。また、自己駆動力の大きさ、弾性係数の値をそれぞれ $f_0 = 1, k = 100$ とする。シミュレーションを開始する前に、まず各粒子の位置をシミュレーション領域内からランダムに選び、その後、自己駆動力を切った状態で（斥力相互作用のみで）十分に時間発展させて、粒子どうしの重なりを緩和して初期位置とする。初期の各粒子の向きは $[-\pi, \pi]$ の一様分布からランダムに選ぶ。

4.2 シミュレーションの結果と考察

以上のモデルに従う自己駆動粒子 N 個の系のシミュレーションを行った。シミュレーションの領域は $L \times L$ の正方形で、周期境界条件を課す。粒子数 $N = 4000$ である。方向についての緩和係数 γ_ψ と粒子の充填密度（シミュレーション領域と円盤粒子の占める面積の比） ρ の2変数をさまざまに変えて、シミュレーションを実施した。ソースコードを稿末に示す。

図は系の時間発展の様子をスナップショットで示している。時間発展にともなって自己駆動の向き ψ_i が局所的に揃ったクラスターが形成される。時間を経るにしたがってクラスターどうしで衝突合併が繰り返され、粒子分布は空間一様性を失い、やがて全系にわたって ψ_i の揃った“群れ”へと成長する。

この秩序形成過程を調べるために、以下のような秩序変数を導入する。

$$\phi = \frac{1}{N} \left| \sum_{i=1}^N \hat{n}_i \right|$$

自己駆動の向きについての緩和の強さ γ_ψ をさまざまに変化させて、秩序変数の成長に要する時間を調べると、図8のようになる。

γ_ψ の小さい領域と大きい領域の両方で、秩序形成にかかる時間は発散する（つまり秩序形成が遅くなる）。一方、中間の領域では速やかに粒子の自己駆動方向が全系にわたって揃う。

このような系のふるまいはなぜ生まれるのだろうか？そもそも粒子間にはVicsekモデルのような明示的に向きを揃える相互作用はなく、斥力のみしか働かないにもかかわらず、このように自発的に長距離秩序が成長するのはなぜだろうか？

これは粒子の二体衝突過程の考察から、おおまかに理解することができる。今、多体シミュレーションであることはいったん忘れ、無限に広い空間で2つの粒子が衝突する現象だけを考える。衝突前の粒子は速度も角度も十分に緩和していて、衝突後も同様であるとする。これは多体系では系が希薄で、粒子の衝突が無相関に起こる場合に対応する。

方向緩和が弱ければ、2つの粒子の自己駆動方向ベクトルは衝突前後でほとんど変化しないので、衝突によってずれた粒子の運動方向はやがて元に戻る。このとき、2つの粒子の自己駆動方向ベクトルがなす相対角度を衝突前後で比べると、その比 e は1に近い値をとる。一方、方向緩和が強ければ、粒子の自己駆動方向ベクトルは衝突によってずれた運動方向と一致するようにすみやかに回転する。このとき、2つの粒子の自己駆動方向ベクトルがなす相対角度を衝突前後で比べると、-1に近い値をとる。この中間のパラメータ領域で、衝突前と衝突後十分に時間が経った後の相対角度の比がゼロをとるはずである。相対角度の比がゼロになるということは、衝突によって粒子の自己駆動方向ベクトルが平行に揃うということの意味している。このとき、粒子は衝突と方向緩和を繰り返すことによって、互いに向きを揃え、群れへと成長すると考えられる。

この仮説を確かめるために、二体衝突のシミュレーションによって衝突前後の粒子の自己駆動方向の相対角度の比 e を以下の式で見積もる。¹

$$\langle e \rangle = \frac{1}{C} \int d\psi_{ij} \sqrt{1 - \cos\psi_{ij}} e$$

ただし C は規格化定数、 $\psi_{ij} = |\psi_i - \psi_j|$ は衝突前の2粒子の自己駆動方向の相対角度である。また、 $\langle \dots \rangle$ はさまざまな衝突角に関するアンサンブル平均をとることを表す。

図9から相対角度比が $\gamma_v \approx 1$ でもっとも減少することがわかる。この結果は、秩序形成がもっとも速いパラメータ領域とおおむね整合している。ただし、ひとたび局所的なクラスターが形成されると、多体相関の効果が無視できなくなるため、希薄極限を仮定する以上の議論は厳密には破綻する。クラスターどうしの合併集合など有限密度の取り扱いについて、今後考察を進める必要がある。

¹衝突前の粒子は大きさ $v_f = f_0/\gamma_v$ の終端速度に達しているので、その相対速度の大きさは余弦定理を用いて $v_{ij} = v_f \sqrt{2(1 - \cos\psi_{ij})}$ と求められる。衝突の頻度は相対速度に反比例すると考えると下の式が導かれる。

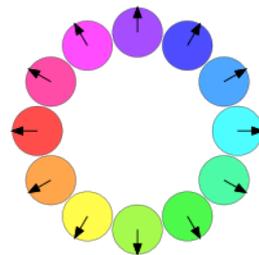
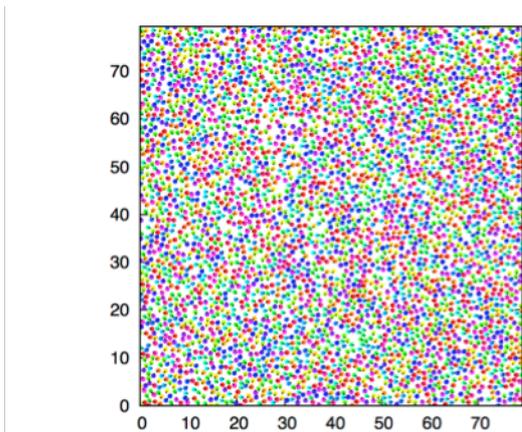


図 6: 初期状態のスナップショット。自己駆動方向はランダムに選ぶ。色は粒子の自己駆動方向に対応している。

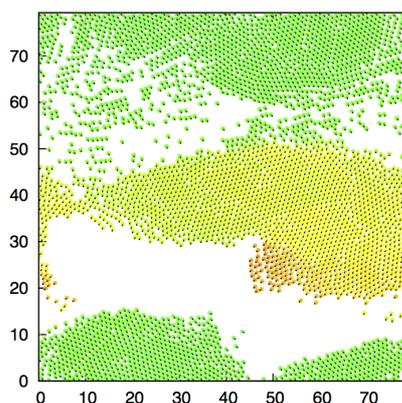
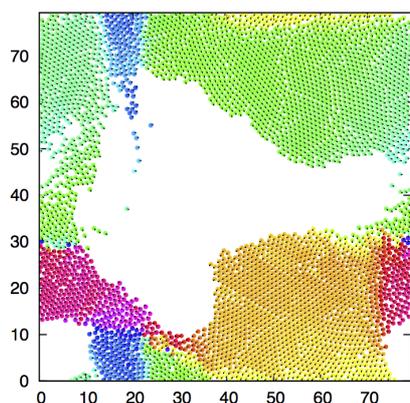
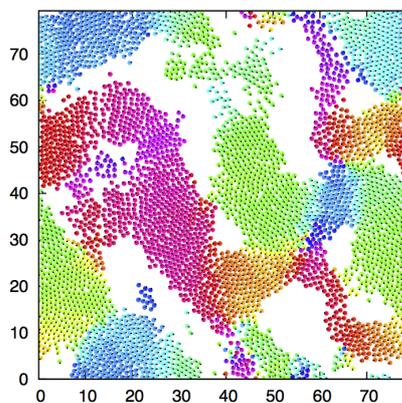
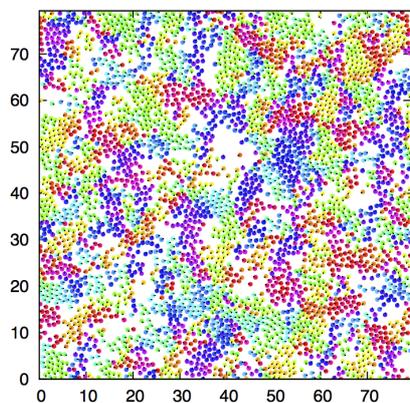


図 7: 系の時間発展のスナップショット。パラメータは $\gamma_\psi = 1, N = 4000, \rho = 0.5$ (a) $t=10$. 局所的な小クラスターができる。(b) $t=60$. クラスター同士が合併集合し、より大きなクラスターを作る。(c) $t=160$, (d) $t=260$. やがて全系が1つのクラスターに成長する。ただしわずかに向きの違う帯状の構造ができると周期境界条件の影響で1つのクラスターになるまでに時間がかかる。

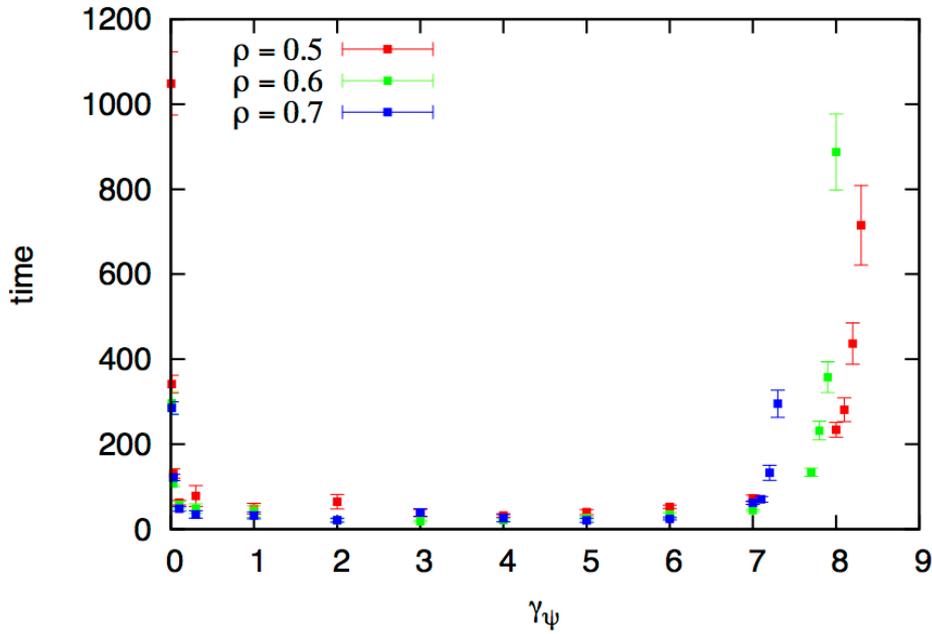


図 8: 初期状態から出発し、秩序変数の値が $\phi > 0.5$ となるまでの待ち時間。系が自発的に秩序を形成するまでにかかる時間は $\gamma_\psi \rightarrow 0$ と γ_ψ の大きい領域で発散し、反対に中間のパラメータ領域で最も秩序成長が速くなる。

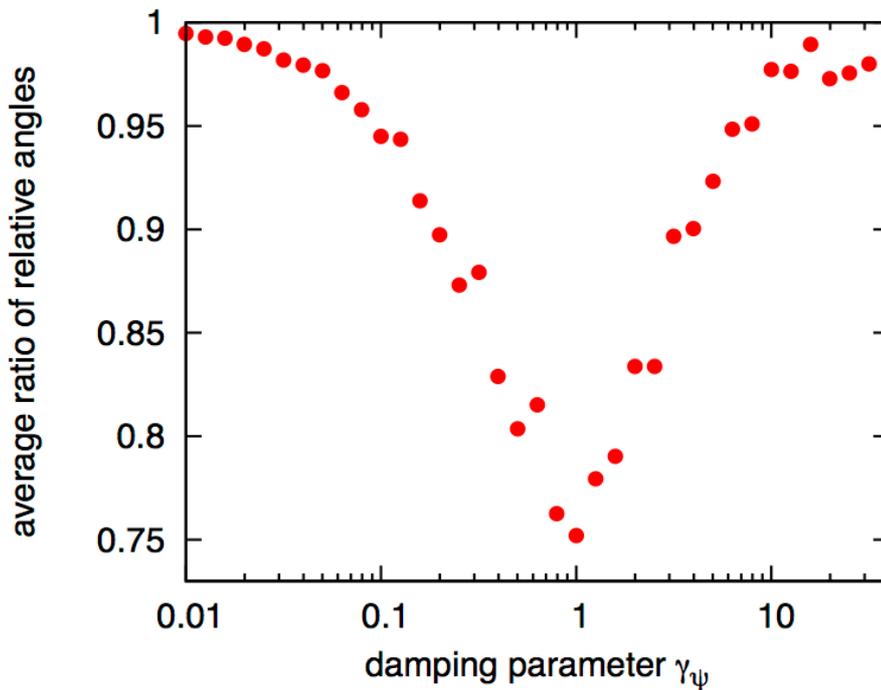


図 9: 二体衝突のシミュレーションから衝突のアンサンブルに対して平均した衝突前後の 2 粒子の自己駆動方向がなす相対角度の比

5 まとめと展望

本研究では、まず自己駆動粒子系の物理学、群集現象の物理学についてレビューを行ったのち、目的地を持たない歩行者の自己駆動粒子モデルを提案し、その集団運動の性質について調べた。その結果、粒子が互いに衝突を繰り返すことにより、自己駆動の向きが徐々に揃い、多数の粒子が集団的に運動する群れ構造が現れること、方向緩和の強さをパラメータとして変化させると、中間的なパラメータ領域で群れの成長速度が最大となることを述べ、そのメカニズムを粒子の二体衝突過程から説明した。

従来、歩行者運動についての研究は、理論・実証とも、混雑がそれほどひどくない状況を主に扱ってきた。しかし、本稿で提案したモデルは、より群集密度の高い状況で、歩行者の挙動の有効に再現するものとなると期待される。

群集が過密状態に置かれると圧迫や転倒による事故が発生しやすいことが知られている。群集事故は世界各地で毎年数回以上発生しており、死傷者をもたうこともあるため、そのメカニズムの解明には大きな社会的な意義があると考えられる。しかし、事故がいつどこで発生するか事前に予測することは困難なので実観測データが乏しく、また、再現実験を実施することも安全上の理由から不可能である。そのため、高密度群集の挙動についてはこれまでいくつかの経験的な事実しか知られてこなかった。

Helbing et al.[18]は2006年にサウジアラビアで発生した群集事故の映像を解析し、高密度群集に「群集乱流」という状態が存在し、その状態が一定時間継続すると事故発生リスクが高まること、そして特に歩行者の速度ゆらぎの大きな部分で事故の契機となる激しい運動が見られることを発見した。このような性質は、social force モデルを改良したモデルのシミュレーションによって定性的に再現されている[19]ものの、密度ゆらぎの性質などに未解決の問題が残されている。

そこで今後、群集事故発生時に近い、より高密度な状態のもとのモデルのふるまいについて研究を進める予定である。特に、通路の幅が急に狭くなるボトルネック構造や、通路中に置かれた障害物などによって、群集事故が発生リスクは高まるとされている。このような系の形状の効果に焦点をあてて詳しく調べていきたい。

また、このモデルの適用範囲は群集運動に限られるものではなく、自己駆動粒子系のミニマルな表現の一種となっている。エネルギーや運動量の保存則を仮定しない自己駆動するagentの多体シミュレーションに広く応用できる可能性についても今後模索したい。

6 文献目録

1. Vicsek, T., Czirók, A., Ben-Jacob, E., Cohen, I., Shochet, O.: Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles. *Physical Review Letters* 75, 1226 (1995)
2. Toner, J., Tu, Y.: Long-Range Order in a Two-Dimensional Dynamical XY Model: How Birds Fly Together. *Physical Review Letters* 75, 4326 (1995)
3. Czirók, A., Stanley, H., Vicsek, T.: Spontaneously ordered motion of self-propelled particles., 1375 (1997)
4. Grégoire, G., Chaté, H., Tu, Y.: Moving and staying together without a leader. *Physica D* 181, 157 (2003)
5. Burstedde, C., Klauck, K., Schadschneider, A., Zittartz, J.: Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton. *Physica A* 295, 507 (2001)
6. Kirchner, A., Schadschneider, A.: Simulation of evacuation processes using a bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics. *Physica A* 312, 260 (2002)
7. Helbing, D., Molnár, P.: Social force model for pedestrian dynamics. *Physical Review E* 51, 4282 (1995)
8. Yu, W., Chen, R., Dong, L., Dai, a.: Centrifugal force model for pedestrian dynamics. *Physical Review E* 72, 026112 (2005)
9. Grégoire, G., Chaté, H.: Onset of Collective and Cohesive Motion. *Physical Review Letters* 92, 025702 (2004)
10. Chaté, H., Ginelli, F., Grégoire, G., Raynaud, F.: Collective motion of self-propelled particles interacting without cohesion. *Physical Review E* 77, 046113 (2008)
11. Narayan, V., Ramaswamy, S., Menon, N.: Long-Lived Giant Number Fluctuations in a Swarming Granular Nematic. *Science* 317(5834), 105 (2007)
12. Henderson, L.: The Statistics of Crowd Fluids. *Nature* 229, 381 (1971)
13. Helbing, D., Farkas, I., Vicsek, T.: Simulating dynamical features of escape panic. *Nature* 407, 487 (2000)
14. Johansson, A., Helbing, D., Shukla, P.: Specification of the Social Force Pedestrian Model by Evolutionary Adjustment to Video Tracking Data. *Advances in Complex Systems* 10, 271 (2007)
15. Helbing, D., Buzna, L., Johansson, A., Werner, T.: Self-Organized Pedestrian Crowd Dynamics: Experiments, Simulations, and Design Solutions. *Transportation Science* 39, 1 (2005)
16. Szabó, B., Szöllösi, G., Gönci, B., Jurányi, Z., Selmeczi, D., Vicsek, T.: Phase transition in the collective migration of tissue cells: Experiment and model. *Physical Review E* 74, 061908 (2006)
17. Henkes, S., Fily, Y., Marchetti, M.: Active jamming: Self-propelled soft particles at high density. *Physical Review E* 84, 040301 (2011)

18. Helbing, D., Johansson, A., Al-Abideen, H.: Dynamics of crowd disasters: An empirical study. *Physical Review E* 75, 046109 (2007)
19. Yu, W., Johansson, A.: Modeling crowd turbulence by many-particle simulations. *Physical Review E* 76, 046105 (2007)